

Title	領域ノ移動ニヨル Dirichletノ問題ノ解ノ変化ニツイテ (續)
Author(s)	井上, 正雄
Citation	全国紙上数学談話会. 143 p.218-p.222
Issue Date	1937-10-18
oa:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74561
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

636. 領域ノ移動ニヨル *Dirichlet* ノ 問題ノ解ノ変化ニツイテ (續)

井 上 正 雄 (阪大)

本誌 136 號 603 = フイテ Ω = 收歛サス領域列ヲ (142 号 629 = フケル結果ヲ除イテ) 全部 *regular* = 限ツタガコノ *regularity* ヲ除去シテモ議論ニハ何等差支ヘガナイコトガワカル。ソレニハ第一ニ“有界ナ調和函数ハソノ *regular* ナ境界点ノ値ノミニヨツテ定マル”コトニ注意スレバヨイ。第二ニハ條件 (C) ヲ有スルトキノ証明ニツイテ、不等式

$$V(\varphi; \Omega_n) \leq V(-|\varphi - \varphi_n|) \quad (*)$$

ノ矢張り成立スルコトヲ云ヘバヨイ。¹⁾ 談話 603 デハ、コノ証明ニ省略シタガ、茲ニコノ不等式ヲ Ω_n ノ *regularity* ヲ除去シテ証明スル。

- 1) 629 = フケル談話ノ結果ニハ $\{\Omega_n\}$ ノ *regularity* ノ必要ナコトハ Ω_n ガ有限次連結領域カカラ、ソノ *inegular* ナ境界点ハ孤立点以外ニナイコトヲ注意スレバヨイ。

ソノタメ使用スベキ *Beurling* ノ定理²⁾ ハ次ノ如キ
モナデアル。

Ω フ有界ナ次ノ如キ性質ヲ有スル領域トスル：

$\Gamma \subset \Omega_0$ ガ實軸上ノ有限個ノ *segment* L ；

$$L \begin{cases} (r_v, r'_v) & v=1, 2, \dots, n \\ 0 \leq r_1 < r'_1 < r_2 < r'_2 < \dots < r'_n \leq R \end{cases}$$

ニ一致スルカ或ハ之レヲ含ム。コノ R ハ Ω フ含ム円ノシ
チ最小ノ円ノ半径デアアル。 $U(z)$ フ Ω 内デ一様調和函数ト
シ、 Ω ノスベテノ境界点 σ = テ $\overline{\lim} U(z) \leq f(|\sigma|)$ トス
ル、但シ $f(r)$ ハ閉區間 $[0, R]$ = テ定義サレタ $\log r$ ノ
凸函数デアリ、 $f(0+0) = f(0) < +\infty$ 、 $f(R-0) \leq f(R)$
 $< +\infty$ 。シカルトキ、円 $|z| < R$ = L ナル *cut* フ入レタ
領域 Δ 内 = テ、コノ境界点 σ = テイテ $f(|\sigma|)$ ナル値ヲト
ル調和函数ヲ $V(z)$ トスルトキ

$$U(z) \leq V(-|z|)$$

コノ定理ヲ不等式 (米) = 直接應用スルコトハ出來ナイ。第一
 Ω_n ノ *irregular* ナ境界点 = テイテ $\overline{\lim} U(z) \leq f(|z|)$
ナル關係ガ不明デアリ³⁾ 且ツ *projection* ガ有限個ノ *seg-*
ment カラナツテイルカドクカモワカラナイ。

2) コノ定理ハ今迄度々引用シタモノデアアル。 *Beurling* ハモウ
少シ一般ナ假定ノモトニ之レヲ証明シテイル。 *Thèse.*
(*Upsal*, 1933) p. 52。

3) シカモ $\underline{\lim} U(z) \geq f(|z|) = \gamma$ スラ出ルノデアアル。

コノニツヲ次ノ如キ手段ニヨツテ切り抜ケルコトが出来ル。

$$\Omega_{n'} = \Omega, \quad z_{n'} = 0$$

トオイテ

$$V(z; 0) \leq V(-|z|)$$

ヲ証明スル。

先ヅ Ω ヲ次ノ如キ *regular domain* ノ系列 $\{\Omega_i\}$ デ近似スル。

$$1^\circ \quad \Omega \supset \cdots \supset \Omega_{i+1} \supset \Omega_i \supset \cdots \supset \Omega,$$

$$2^\circ \quad \lim_{i \rightarrow \infty} \Omega_i = \Omega$$

$$3^\circ \quad E_{\Omega_i, 0} \text{ が有限個ノ segment カラナツテイル。}$$

コノコトノ可能ナルコトハ Ω ヲ *réseau* = 分ケテコレカラ作ラレル有限次連結ノ領域 (開集合) デ近似シテユケバヨイ。
 Ω_i ノ境界点々ニツイテ $|z|$ ナル値ヲトル Ω_i デノ調和函数ヲ $V_i(z)$ トスレバ

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V_i(z) = V(z; 0)$$

デアイル。

サテ次ノコトガ云ヘルコトヲ注意シマシ。

Projection ヲ作ルベキニ平面上デ δ ヲ充分小サイ正数トスルトキ, 充分先ノスベテノ $i = \delta$ シテ, $E_{\Omega_i, 0}$ ガ *segment* $l_\delta: 0 \leq \varepsilon \leq \rho(E_{\Omega, 0}) - \delta$ ヲ含ム。コノ $\rho(E_{\Omega, 0})$ ハ $E_{\Omega, 0}$ ノ原点ヲ含ム *segment* ノ長サ

デアル。

コノコトハ Ω_i ノ作りをヨリシテ明ラカデアル。

故=充分大キクトツタ円 $E \subset E_{\Omega_i, 0}$ 充分先ノスベテノ i
=對シ) = $E_{\Omega_K, 0} \subset l_\delta$ + ルーツノ $K(\delta)$ ヲ定メ, $E =$
 $\text{cut } l_\delta$ ノ入ツタ領域 $\Delta_{K(\delta)} =$ 関シテ境界点 $\xi =$
 $|\xi|$ + ル値ヲトル調和函数ヲ $V(\xi; \Delta_{K(\delta)})$ トスレバ *Beur-*
ling ノ定理ヲ使ツテ⁴⁾

$$V_{K(\delta)}(z) \leq V(-|z|; \Delta_{K(\delta)})$$

$\{\delta_i\}$ ヲ $\delta_i \downarrow 0$ + ルゴトク候ビ各々ノ $\delta_i =$ 對シ

$K(\delta_i) < K(\delta_{i+1})$ + ル如ク上ノ方法ヲ $\Delta_{K(\delta_i)}$ ヲ作り函数
 $V(\xi; \Delta_{K(\delta_i)})$ ヲ作レバ

$$V_{K(\delta_i)}(z) \leq V(-|z|; \Delta_{K(\delta_i)}) \quad (i=1, 2, \dots)$$

シカル = $\Delta_{K(\delta_i)} \rightarrow \Delta_{K(0)}$;

コノ = $\Delta_{K(0)}$ ハ

$$E = \text{cut } l_0: 0 \leq \xi \leq \rho(E_{\Omega, 0})$$

ヲ入レタ領域, 且ツコノ領域列ハ條件(C)ヲ満足シテイルカ
ラ, 談話603 = フイテ不等式(*)ヲ導イタトキト同ジ方法
ヲ $\{\Delta_{K(\delta_i)}\}$ = 繰リ返セバ, $V(z; z_n), V(\xi) =$ 對應ス
ル函数ヲ夫々 $v(\xi; \xi_i), v(\xi)$ トスルトキ不等式

$$v(\xi; \xi_i) \leq v(-|\xi|)$$

ハ *Beurling* ノ定理ヲソノマニ使ツテ云ヘル。

4) 半径ヲ充分大キク取ツテハアルが $|\xi|$ カ劣調和函数ナルコト = 注
意スレバコノ不等式ノ成立スルコトがワカル。

ヨッテ

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V_{K(\delta_i)}(z) = V(z; 0)$$

$$\leq \lim_{i \rightarrow \infty} V(-|z|; \Delta_{K(\delta_i)}) = V(-|z|; \Delta_{K(0)})$$

シカル = E = 条件 (c) = ヲケル共通線分 $l (\leq l_0)$ ナル

cut ヲ入レタ領域 = 對シテ作ツタ函数ヲ $V(\xi)$ トシタノデ

アルカラ

$$V(-|z|; \Delta_{K(0)}) \leq V(-|z|)$$

故ニ、結局

$$V(z; 0) \leq V(-|z|)$$

(証明了)

コレデ不等式 (米) が必ズしも *regular* ナイ領域 = 對

シテモ成立スルコト即チ談話 603 = ヲイテ $\{\Omega_n\}$ ヲ

regular domain ノ系列 = 限ル必要ノナイコトガワカ

ツタ。

猶、コノ事實ヲ使ツテ境界点ガ *regular* ナレタメ
ノ充分條件ヲ與ヘルコトが出来ル。コノコトヲ次号ニテ改
メテ述べヤウ。